

Q	Correction de l'épreuve de physique section PC	Barème Sur 80pts
PARTIE I		
1.1.a	Equation fondamentale de la dynamique appliquée sur un électron : $m \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2} = -e \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) - \alpha \vec{s}$	0.5
1.2.a	Equation de Maxwell dans le milieu : $\text{div } \vec{E} = 0; \quad \text{div } \vec{B} = 0; \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ \vec{j} : est le vecteur densité de tous les courants dans le milieu	0.25*4
1.2.b	$\text{div } \vec{E} = 0$ donne $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{k}$ implique que \vec{E} est transverse $\text{div } \vec{B} = 0$ donne $\vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} \perp \vec{k}$ entraîne que \vec{B} est transverse	1 $\begin{cases} 0.5 \\ 0.5 \end{cases}$
1.3.b	Action de \vec{B} : On est dans le cas classique ($v \ll c$) $\left \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{E} \right = \frac{vB}{E} = \frac{kv}{\omega} \cong \frac{v}{c} \ll 1$ donc l'action de B \ll action de E. L'équation de mouvement se réduit donc à : $m \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2} + \alpha \vec{s} = -e \vec{E}$	1 $\begin{cases} 0.75 \\ 0.25 \end{cases}$
1.3.C	En régime permanent, on a une solution pour $\vec{s} = \vec{s}_0 e^{i\omega t}$ D'où : $\vec{s} = -\frac{e}{m} \frac{\vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2} = -\frac{e}{\alpha} \frac{\vec{E}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$ ω_0 est la pulsation propre ou de résonance La vitesse $\vec{v} = \frac{\partial \vec{s}}{\partial t} = i\omega \frac{e}{\alpha} \frac{\vec{E}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$	2 $\begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases}$
1.3.d	Vecteur densité de courant $\vec{j} = -Ne \vec{v} = i\epsilon_0 \frac{\omega \omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E}$	1
1.3.e	Equation de dispersion : On a $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = i\mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{\omega \omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} - \omega \right) \vec{E}$ et $\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{B} = \text{rot } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\text{rot } \text{rot } \vec{E} = i\mu_0 \epsilon_0 \left(\frac{\omega \omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} - \omega \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ L'équation de dispersion : $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)$	2 $\begin{cases} 1 \\ R \rightarrow 1 \end{cases}$
1.3.f	Calcul de $\epsilon(\omega)$: On a $k^2 = \mu_0 \omega^2 \epsilon(\omega)$ d'où : $\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)$	0.5
1.3.g	Allure de la courbe représentant les variations de k^2 en fonction de ω^2	



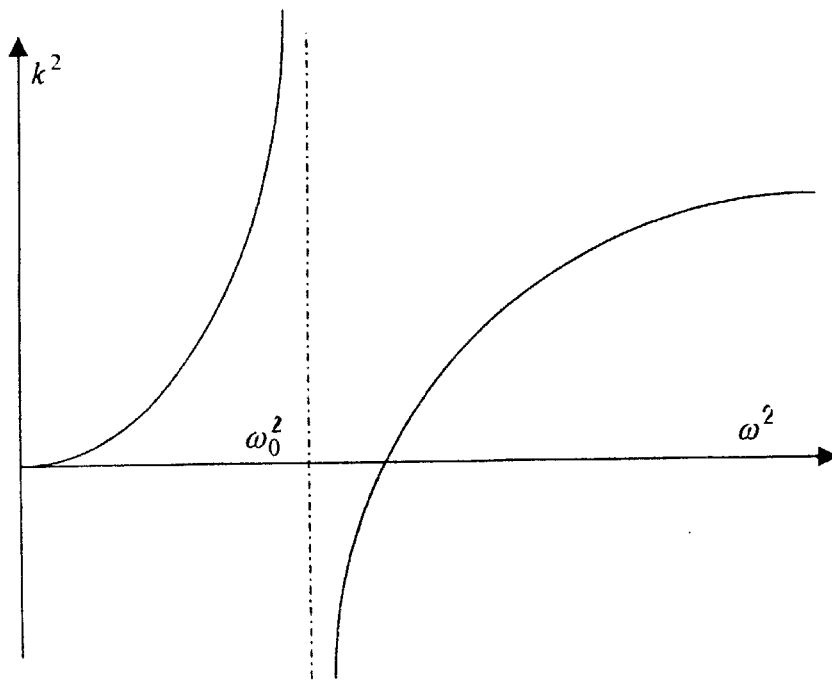
$$\omega^2 - \omega_0^2 > \omega_p^2$$

$$\omega > \omega_0$$

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} > 0$$

$$1 > \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Pour $\omega=0$ $k^2=0$; $\omega \rightarrow \omega_0^-$ $k^2 \rightarrow +\infty$; $\omega \rightarrow \omega_0^+$ $k^2 \rightarrow -\infty$
 $k^2 = 0$ pour $\omega^2 = \omega_0^2 + \omega_p^2$ et $k^2 \rightarrow +\infty$ pour $\omega^2 \rightarrow +\infty$



2

~~1.4.6~~ 1.3.C $k^2 > 0$ pour $\omega < \omega_0$ et pour $\omega > \sqrt{\omega_0^2 + \omega_p^2}$ Dans ce domaine l'onde se propage sans atténuation, mais avec dispersion. $k^2 < 0$ pour $\omega > \omega_0$ et $\omega < \sqrt{\omega_0^2 + \omega_p^2}$ dans ce domaine l'onde est évanescence

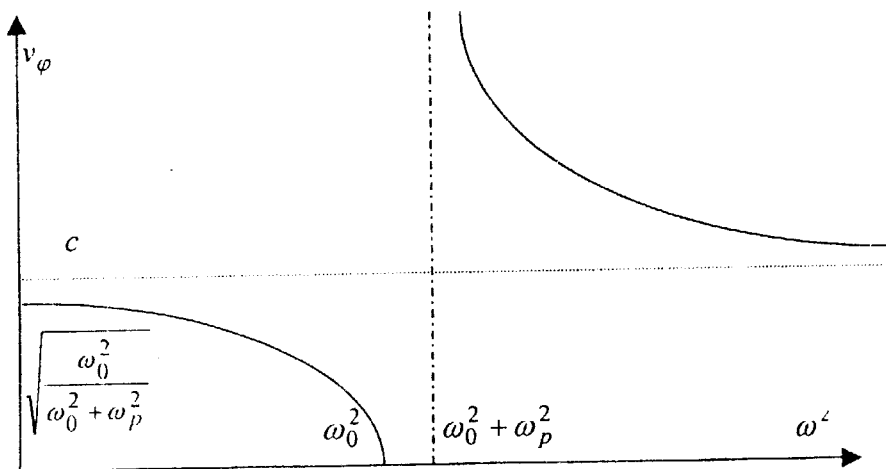
1

~~1.4.6~~ 1.3.d Vitesse de phase $v_\phi = \frac{\omega}{k} = c \sqrt{\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2 + \omega_p^2 - \omega^2}}$

Allure de la courbe représentant les variation de v_ϕ en fonction de ω^2

On a : pour $\omega^2=0$ $v_\phi = c \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + \omega_p^2}}$ et $v_\phi=0$ pour $\omega^2 = \omega_0^2$

Pour $\omega^2 \rightarrow \omega_0^2 + \omega_p^2$ $v_\phi \rightarrow \infty$ et pour $\omega \rightarrow \infty$ $v_\phi \rightarrow c$



2

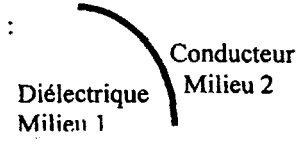
PARTIE II

II.1.a	<p>$\text{div } \vec{E} = 0$ ne laisse que le terme $\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$ donc $E_z = 0$ puisqu'on exclut tout champ constant. Donc $E_z = 0$ \vec{E} est transverse et dans le plan perpendiculaire à oz $\vec{E}(E_x, E_y, 0)$.</p> <p>De même $\text{div } \vec{B} = 0$ donc $B_z = 0$ \vec{B} est également transverse</p>	2 $\begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases}$
II.1.b	<p>En tenant compte de l'action de \vec{B}_1, l'équation du mouvement s'écrit :</p> $m \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2} = -\alpha \vec{s} - e \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}_1 \right)$ <p style="text-align: center;"><i>mod 2π $\frac{d^2 \vec{s}}{dt^2} = -\alpha \vec{s} - e (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$</i></p>	1
II.1.c	<p>Le mouvement de l'électron suivant oz : La projection suivant oz donne :</p> $m \frac{d^2 z}{dt^2} + \alpha z = 0 \text{ ou encore } \frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_0^2 z = 0$ <p>C'est l'équation d'un oscillateur harmonique libre de pulsation ω_0, ce mouvement ne dépend pas des champs de l'onde et de champ appliqué \vec{B}_1.</p>	2 $\begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases}$ X
II.1.d	<p>Le champ \vec{E} de l'onde est transverse, le mouvement forcé de l'électron se fera dans un plan parallèle au plan xoy. Donc, on s'intéresse aux composantes de \vec{s} dans le plan xoy.</p> <p>En multipliant vectoriellement par \vec{e}_z l'équation de mouvement forcé dans laquelle</p> $\frac{d^2 \vec{s}}{dt^2} = -\omega^2 \vec{s} \text{ et } \vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = i\omega \vec{s}$ $-m\omega^2 \vec{s} \times \vec{e}_z = -\alpha \vec{s} \times \vec{e}_z - e(\vec{E} \times \vec{e}_z) - e(\vec{v} \times \vec{B}_1) \times \vec{e}_z$ <p style="text-align: center;"><i>$-m\omega^2 \vec{s} \wedge \vec{e}_z = -\alpha \vec{s} \wedge \vec{e}_z - e(\vec{E} \wedge \vec{e}_z) - e(\vec{v} \wedge \vec{B}_1) \wedge \vec{e}_z$</i></p> <p>ce qui donne $(\omega^2 - \omega_0^2) \vec{s} \times \vec{e}_z = -\frac{e}{m} (\vec{E} \times \vec{e}_z) - \frac{e}{m} (\vec{v} \times \vec{B}_1) \times \vec{e}_z$</p> <p style="text-align: center;"><i>$(\vec{v} \wedge \vec{B}_1) \cdot \vec{e}_z = (\vec{v} \cdot \vec{B}_1) \wedge \vec{e}_z$</i></p> <p>d'où $(\omega^2 - \omega_0^2) \vec{s} \times \vec{e}_z - i\omega \frac{eB_1}{m} \vec{s} = \frac{e}{m} (\vec{e}_z \times \vec{E})$</p> <p>qu'on associe à l'équation de mouvement pour obtenir le couple d'équation :</p> $(\omega^2 - \omega_0^2) \vec{s} \times \vec{e}_z - i\omega \frac{eB_1}{m} \vec{s} = \frac{e}{m} (\vec{e}_z \times \vec{E})$ $(\omega^2 - \omega_0^2) \vec{s} + i\omega \frac{eB_1}{m} \vec{s} \times \vec{e}_z = \frac{e}{m} \vec{E}$ <p style="text-align: center;"><i>$\vec{E} \wedge (\vec{B}_1 \wedge \vec{E})$ $\vec{B}_1 \wedge (\vec{s} \wedge \vec{e}_z)$</i></p> <p>En éliminant $\vec{s} \times \vec{e}_z$ de ce système d'équation, on obtient l'expression de \vec{s}</p> $\vec{s} = \frac{e}{m} \frac{(\omega^2 - \omega_0^2) \vec{E} + i\omega \frac{eB_1}{m} (\vec{e}_z \times \vec{E})}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \left(\frac{eB_1}{m} \right)^2}$	5 $\begin{cases} 1 \\ 3 \\ 1 \end{cases}$
II.2.a	$\vec{P} = -Ne \vec{s} = -\frac{Ne^2}{m} \left[\frac{(\omega^2 - \omega_0^2) \vec{E} + i\omega \frac{eB_1}{m} (\vec{e}_z \times \vec{E})}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \left(\frac{eB_1}{m} \right)^2} \right]$	1

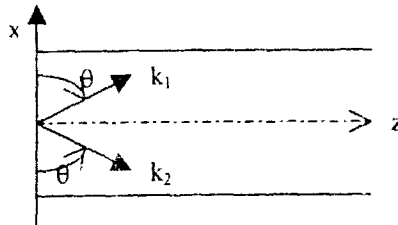
II.2.b	$\vec{D} = \epsilon_0 \left(A \vec{E} + C \left(\vec{e}_z \times \vec{E} \right) \right) \text{ avec } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ $\vec{D} = \epsilon_0 \left\{ \left[1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2}}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \right] \vec{E} - i \frac{\omega_p^2 \omega \omega_c \left(\vec{e}_z \times \vec{E} \right)}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \right\}$ <p>En identifiant terme à terme il vient :</p> $A = \left[1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2}}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \right] \quad C = -i \frac{\omega_p^2 \omega \omega_c}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2}$	$\begin{cases} 0.5 \\ 0.25 \\ 0.25 \end{cases}$
II.2.c	<p>Equation de Maxwell pour \vec{D}, \vec{E} et \vec{B} :</p> $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{sous forme complexe, on obtient les deux équations}$ <p>suivantes : $i \vec{k} \times \vec{E} = i \omega \vec{B}$ et $i \vec{k} \times \vec{B} = -i \mu_0 \omega \vec{D}$ d'où $\vec{B} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega}$ et $\vec{k} \times \left(\frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega} \right) = -\mu_0 \omega^2 \vec{D}$</p>	1
II.3.a	<p>$k = \frac{n\omega}{c}$ on a donc $n^2 \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{D} = A \vec{E} + C \left(\vec{e}_z \times \vec{E} \right)$ ceci donne : $(n^2 - A) \vec{E} = C \left(\vec{e}_z \times \vec{E} \right)$</p> <p>ou encore $(n^2 - A) \vec{E} - C \left(\vec{e}_z \times \vec{E} \right) = \vec{0}$</p> <p>La projection sur les axes donne : $\begin{cases} (n^2 - A)E_x + CE_y = 0 \\ -CE_x + (n^2 - A)E_y = 0 \end{cases}$</p>	1 0,5
II.3.b	<p>Ce système d'équation accepte une solution non nulle si le déterminant est nul c-a-d</p> $(n^2 - A)^2 + C^2 = 0 \text{ qui accepte deux solutions : } n^2 - A = \pm ic \rightarrow \begin{cases} n' = \sqrt{A + ic} \\ n'' = \sqrt{A - ic} \end{cases}$	1
II.3.c	<p>Si on prend $n^2 - A = ic$, la relation entre E_x et E_y est $E_y = -iE_x$</p> <p>Dans le plan $z = 0$, ceci correspond à une polarisation droite $n' = \sqrt{A + iC}$ ou $n'^2 = A + iC$</p> <p>Si on prend $n^2 - A = -ic$, la relation entre E_x et E_y est $E_y = iE_x$</p> <p>Dans le plan $z = 0$, ceci correspond à une polarisation gauche $n'' = \sqrt{A - iC}$ ou $n''^2 = A - iC$</p>	1 0,5
II.3.d	<p>$n'^2 = A + iC \rightarrow n'^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + \omega \omega_c}$ d'autre part on a :</p> <p>$n''^2 = A - iC \rightarrow n''^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - \omega \omega_c}$</p> <p>$n'^2 - n''^2 = (n' - n'')(n' + n'') = 2n_0(n' - n'')$ donc $n' - n'' = \frac{1}{n_0} \frac{\omega \omega_c}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \omega_p^2$</p>	1

II.4.a	On a $\omega_c = \frac{e}{m} B_1 = 1,8 \cdot 10^{11} B_1$ pour $B_1 = 1T$ on a $\omega_c = 1,8 \cdot 10^{11} Hz$. L'onde appartient au domaine optique ultra-violet alors que $\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda} \approx 10^{16} Hz$ donc $\omega_c \ll \omega$ $\omega_0 \approx \omega$ donc on a $\omega_c \ll \omega \approx \omega_0$	1
II.4.b	En négligeant le terme en $\omega^2 \omega_c^2$ au dénominateur, il vient : $n' - n'' = \frac{1}{n_0} \frac{\omega \omega_p^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2} \frac{e B_1}{m}$	0.5
II.4.c	Dans le plan $z=0$ $\vec{E} = E_0 \cos \omega t \vec{e}_x$ $\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \cos \omega t \\ -\sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$ $E_+ \quad E_-$	1
II.4.d	A la sortie de la lame : $E_+ = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \cos(k'l - \omega t) \\ \sin(k'l - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } E_- = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \cos(k'l - \omega t) \\ -\sin(k'l - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ soit à la sortie de la lame : } \vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$ $\text{donc } \vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{k' - k''}{2} l - \omega t\right) \\ \sin\left(\frac{k' - k''}{2} l - \omega t\right) \cos\left(\frac{k' + k''}{2} l - \omega t\right) \\ 0 \end{pmatrix}$	2
II.4.e	On reconnaît là, une onde polarisée rectiligne qui a tourné dans le sens trigonométrique d'un angle α	0.5
II.4.f	On en déduit que : $\alpha = \frac{1}{2} (k' - k'') l = \frac{\omega}{2c} (n' - n'') l = \frac{e}{2m} \frac{\omega^2 \omega_p^2}{c n_0 (\omega^2 - \omega_0^2)^2} l B_1$ Expression de la forme $\alpha = V l B_1$ avec $V = \frac{e}{2m} \frac{\omega^2 \omega_p^2}{c n_0 (\omega^2 - \omega_0^2)^2}$	1 1
Partie III : Propagation guidée		



III.1	<p>Dans un milieu diélectrique, on a : $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r(\omega) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.</p> <p>L'équation de propagation est donnée par $\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r(\omega) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$. Qui se réduit à :</p> <p>$\Delta \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 n^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ avec $n^2 = \epsilon_r(\omega)$. L'équation de propagation s'écrit :</p> <p>$\Delta \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 n^2 \vec{E} = 0$</p>	$\begin{cases} 0.5 \\ 0.5 \end{cases}$
III.2	<p>Conditions aux limites vérifiées par le champ $\vec{E}(r, t)$:</p> <p>$E_{IT} = 0$ car $E = 0$ dans le conducteur et</p> <p>$\epsilon_r E_{In} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ donc $\vec{E}_I = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon_r} \vec{n}_{2 \rightarrow 1}$</p> 	$\begin{cases} 0.5 \\ 0.5 \end{cases}$
III.3. a	<p>On a $\vec{\text{div}} \vec{E} = 0$ donc $\frac{dE}{dy} = \frac{dF}{dy} = 0$. F est fonction que de x</p>	0.5
III.3. b	<p>Equation différentielle vérifiée par $F(x)$ se déduit de l'équation de propagation :</p> <p>$\frac{d^2 F}{dx^2} - \beta^2 F(x) + \mu_0 \epsilon_0 n^2 \omega^2 F(x) = 0$ qui se met sous la forme $\frac{d^2 F}{dx^2} + (k^2 n^2 - \beta^2) F(x) = 0$ avec</p> <p>$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2$. Pour qu'il est propagation, il faut avoir une solution sinusoïdale de $F(x)$, ceci ne peut être possible que si $k^2 n^2 - \beta^2 > 0$. La condition de guidage s'écrit donc $kn > \beta$ ou $\beta < kn$</p>	$\begin{matrix} 2 \\ 0.5 \end{matrix}$
III.3. c	<p>On pose $\gamma^2 = k^2 n^2 - \beta^2$ (γ est positif) Une solution de l'équation est $F(x) = A \cos \gamma x + B \sin \gamma x$ où A et B sont deux constantes données par les conditions aux limites vérifiées par $F(x)$, qui sont $F(x = \frac{d}{2}) = F(x = -\frac{d}{2}) = 0$</p> <p>$A \cos \gamma \frac{d}{2} + B \sin \gamma \frac{d}{2} = 0$ $A \cos \gamma \frac{d}{2} - B \sin \gamma \frac{d}{2} = 0$</p> <p>système équivalent à $A \cos \gamma \frac{d}{2} = 0$ et $B \sin \gamma \frac{d}{2} = 0$</p> <p>1^{er} cas : $B=0$ et $A \neq 0$ donc $\cos \gamma \frac{d}{2} = 0$ alors $\gamma \frac{d}{2} = (m + \frac{1}{2})\pi$ avec $m \in \mathbb{N}$ et $m \geq 0$</p> <p>$\gamma d = (2m + 1)\pi$. Si on pose $p = 2m + 1$ on obtient $\gamma d_p = p\pi$. Ceci correspond à des solutions paires de l'équation différentielle de la forme $F_p(x) = A_p \cos \gamma_p x$</p> <p>2^{ème} cas : $A=0$ et $B \neq 0$ donc $\sin \gamma \frac{d}{2} = 0$ alors $\gamma \frac{d}{2} = m\pi$ avec $m \in \mathbb{N}$ et $m \geq 0$</p> <p>$\gamma d = m\pi$. Si on pose $p = 2m$ on obtient $\gamma d_p = p\pi$. Ceci correspond à des solutions impaires de l'équation différentielle de la forme $F_p(x) = A_p \sin \gamma_p x$</p>	3
III.3. d	<p>$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 1,4 \mu\text{m}$. Pour qu'un mode p soit permis il faut que $\beta_p^2 = k^2 n^2 - \gamma_p^2 \geq 0$.</p> <p>Pour que seulement le mode $p=1$ se propage il faut qu'on ait d'après les conditions de guidage</p> <p>$\gamma_1^2 > 0$ et $\gamma_2^2 < 0$. On doit avoir donc : $k^2 n^2 > \left(\frac{\pi}{d}\right)^2$ et $k^2 n^2 < \left(\frac{2\pi}{d}\right)^2$</p> <p>soit : $\frac{\pi}{d} \leq kn \leq \frac{2\pi}{d}$ ou encore $\frac{\pi}{d} \leq \frac{2\pi m}{\lambda} \leq \frac{2\pi}{d}$ donc $\frac{1}{d} \leq \frac{2n}{\lambda} \leq \frac{2}{d}$ ceci donne finalement :</p> <p>$\frac{\lambda}{2n} \leq d \leq \frac{\lambda}{n}$</p>	2

	Application numérique : avec $n=3.3$ on a $0,21\mu\text{m} \leq d \leq 0,42\mu\text{m}$	
III.4	Pour $p=1$, le mode correspondant est : $\vec{E} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{d}\right) \cos(\alpha x - \beta z - \varphi_0) \vec{e}_z$ ✕	0.5
III.5	De l'équation de propagation établie en III.1, on a : Pour $ x < \frac{d}{2}$ dans le cœur $\frac{d^2 F}{dx^2} + (k^2 n_c^2 - \beta^2) F = 0$ avec $\gamma^2 = k^2 n_c^2 - \beta^2$ Pour $ x > \frac{d}{2}$ à l'extérieur du cœur $\frac{d^2 F}{dx^2} + (k^2 n_g^2 - \beta^2) F = 0$ on pose $\rho^2 = k^2 n_g^2 - \beta^2$	1 $\begin{cases} 0.5 \\ 0.5 \end{cases}$
III.6. a	Pour que l'onde soit évanescente, $F(x)$ doit décroître lorsque $ x $ croît. Pour avoir un guidage seulement dans le cœur, il faut que : $\rho^2 = k^2 n_g^2 - \beta^2 < 0$ et $\gamma^2 = k^2 n_c^2 - \beta^2 > 0$. Donc d'après la condition de guidage déjà établie en III.2, on a $kn_g < \beta < kn_c$	1 0.5
III.6. b	La solution générale dans le cœur ne change pas : Pour $ x < \frac{d}{2}$ $F(x) = A \cos \gamma x + B \sin \gamma x$ Pour $ x > \frac{d}{2}$ à l'extérieur du cœur $\frac{d^2 F}{dx^2} - \rho^2 F = 0$ la solution générale convergente est De la forme $F(x) = ae^{-\rho x}$ pour $x > \frac{d}{2}$ et $F(x) = a'e^{\rho x}$ pour $x < -\frac{d}{2}$	1 $\begin{cases} 0.5 \\ 0.5 \end{cases}$
III.7. a	Conditions de continuité entre les deux diélectriques : $\begin{cases} (\epsilon_1 \vec{E}_1 - \epsilon_2 \vec{E}_2) \times \vec{n}_{1 \rightarrow 2} = \vec{0} \\ (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \times \vec{n}_{1 \rightarrow 2} = \mu_0 \vec{j}_s \end{cases}$	1 $\begin{cases} 0.5 \\ 0.5 \end{cases}$
III.7. b	Comme $\vec{j}_s = \vec{0}$ on a donc $(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \times \vec{n}_{1 \rightarrow 2} = \vec{0}$. Ceci entraîne la continuité de la composante tangentielle de \vec{B}	0.5
III.7. c	E_T est continue, et comme par construction $\vec{E} = E e_{\gamma}$ est toujours tangent au plan de séparation de deux diélectriques donc \vec{E} est continue. D'autre part de $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -i\omega \vec{B}$, on a $B_x = -\frac{i}{\omega} \frac{\partial E_y}{\partial z}$ et $B_z = \frac{i}{\omega} \frac{\partial E_y}{\partial x}$. Or la composante B_z de \vec{B} est tangentielle au plan de séparation par conséquence comme $B_z \propto \frac{\partial E_y}{\partial x}$ est continue : Donc $\frac{\partial E_y}{\partial x}$ est continue.	1.5
III.8. a	Si $F(x)$ est paire $F(x)$ s'écrit : $F(x) = A_p \cos \gamma_p x$ pour $-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$ Pour $x > \frac{d}{2}$: $F(x) = ae^{-\rho x}$ et pour $x < -\frac{d}{2}$: $F(x) = a'e^{\rho x}$ La condition de continuité en $x = \frac{d}{2}$ donne $\begin{cases} A_p \cos \gamma_p \frac{d}{2} = ae^{-\rho \frac{d}{2}} & (1) \\ \gamma_p A_p \sin \gamma_p \frac{d}{2} = \rho ae^{-\rho \frac{d}{2}} & (2) \end{cases}$ La 1 ^{ère} relation se démontre directement des deux relations : $\begin{cases} \gamma^2 = k^2 n_c^2 - \beta^2 & (1') \\ \rho^2 = \beta^2 - k^2 n_g^2 & (2') \end{cases}$ (1')+(2') donne $\gamma^2 + \rho^2 = k^2 (n_c^2 - n_g^2)$	2

	<p>Du rapport $\frac{(1)}{(2)}$ on a : $\gamma \frac{\sin \gamma \frac{d}{2}}{\cos \gamma \frac{d}{2}} = \rho$, d'où $\tan g \frac{\gamma d}{2} = \frac{\rho}{\gamma}$</p> <p>Comme $\rho > 0$ et $\gamma > 0$ il vient $\tan g \frac{\gamma d}{2} > 0$ et $\cos^2 \frac{\gamma d}{2} = \frac{1}{1 + \tan^2 g \frac{\gamma d}{2}} = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \rho^2}$</p> <p>D'où en module $\left \cos \frac{\gamma d}{2} \right = \frac{\gamma}{k \sqrt{n_c^2 - n_g^2}}$</p>	
III.8. b	<p>Mode fondamental : $\frac{\gamma_1 d}{2} < \frac{\pi}{2}$ donc $\gamma_1 < \frac{\pi}{d}$. $F(x)$ est paire pour $x \frac{d}{2}$. On a toujours</p> <p>$F(x) = A_1 \cos \gamma_1 x$. La condition de continuité en $x = \frac{d}{2}$ donne : $a = A_1 \cos \frac{\gamma d}{2} e^{\frac{\rho d}{2}}$</p> <p>De même pour $x = -\frac{d}{2}$ on a : $a' = A_1 \cos \frac{\gamma d}{2} e^{\frac{\rho d}{2}}$</p> <p>Pour : $x > \frac{d}{2}$; $F(x) = A_1 \cos \frac{\gamma d}{2} e^{\rho \left(\frac{d}{2} - x \right)}$ et pour : $x < -\frac{d}{2}$; $F(x) = A_1 \cos \frac{\gamma d}{2} e^{\rho \left(\frac{d}{2} + x \right)}$</p> <p>En écriture regroupée : $x > \frac{d}{2}$ $F(x) = A_1 \cos \frac{\gamma d}{2} e^{\rho \left(\frac{d}{2} - x \right)}$</p>	2
III.8. c	<p>$\lambda = 1,4 \mu m$ $d = 0,6 \mu m$ $\gamma = 3,73 \mu m^{-1}$</p> <p>On a $\tan g \frac{\gamma d}{2} = \frac{\rho}{\gamma}$ donc $\gamma \tan g \frac{\gamma d}{2} = \rho$ d'où $\rho = 7,69 \mu m^{-1}$; $\frac{1}{\rho} = 0,13 \mu m$</p> <p>$\lambda \rho = 10,8$ et $\rho d = 4,6$. $\frac{1}{\rho}$ donne un ordre de grandeur de la profondeur de pénétration des champs de l'onde guidée dans les couches de diélectrique.</p>	1
III.9. a	<p>Soit θ tel que $\gamma = k n_c \cos \theta$ donc $\beta^2 = \left(k^2 n_c^2 - \gamma^2 \right) \frac{1}{2} = k n_c \sin \theta$ avec $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$</p> <p>Considérons la superposition des deux ondes Planes dans le cœur de vecteur d'onde</p>  <p>$\vec{k}_1 = k n_c \left[\sin \theta \vec{e}_z + \cos \theta \vec{e}_x \right] = \beta \vec{e}_z + \gamma \vec{e}_x$</p> <p>$\vec{k}_2 = k n_c \left[\sin \theta \vec{e}_z - \cos \theta \vec{e}_x \right] = \beta \vec{e}_z - \gamma \vec{e}_x$</p> <p>soit \vec{E}_1 et \vec{E}_2 les champs électriques des ondes planes correspondants.</p> <p>$\vec{E}_1 = E_{01} \vec{e}_y e^{i \left(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t \right)} = E_{01} e^{i \gamma x} e^{i (\beta z - \omega t)} \vec{e}_y$ et</p> <p>$\vec{E}_2 = E_{02} \vec{e}_y e^{i \left(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t \right)} = E_{02} e^{-i \gamma x} e^{i (\beta z - \omega t)} \vec{e}_y$</p> <p>En choisissant $E_{01} = E_{02} = E_0$ il vient : $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2 E_0 \cos \gamma x e^{i (\beta z - \omega t)} \vec{e}_y$.</p> <p>On retrouve bien le mode fondamental avec $A = 2 E_0$</p>	4

III.9. b	La condition de guidage $kn_g < \beta < kn_c$ se traduit donc par $kn_g < kn_c \sin \theta < kn_c$ Pour $\beta < kn_c$ donc $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$; $\sin \theta < 1$. Donc le guidage est satisfait si $n_g < n_c \sin \theta$ soit $\sin \theta > \frac{n_g}{n_c}$ c-à-d $\theta > \theta_c$ angle limite. Dans le cadre de l'optique géométrique les rayons lumineux se propageant dans le cœur subissent une réflexion totale sur les interfaces. Les ondes étudiées pour $ x > \frac{d}{2}$ sont effectivement des ondes évanescentes.	4
<u>PARTIE IV</u>		
IV.1	Théorème d'Ampère $2\pi R B_1 = \mu_0 I_0$ d'où $B_1 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R}$	1
IV.2	$\alpha = V l B_1$ avec $l = 2\pi R$ longueur d'un tour de fibre $\alpha = \mu_0 V I_0$	1
IV.3. a	La différence de marche optique entre les trajets L_1 et L_2 à la sortie de l'interféromètre est nulle $\delta = 0$. On observe sur le détecteur un éclaircissement uniforme.	1
IV.3. b	Si le champ B_1 est orienté dans le sens de L_1 : on a $\begin{cases} \alpha_1 = V d B_1 \text{ sur le chemin de } L_1 \\ \alpha_2 = -V d B_1 \text{ sur le chemin de } L_2 \end{cases}$ Conclusion : Après passage dans l'interféromètre, les deux vibrations sortantes ont tournées d'un angle $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 2V l B_1$	2
IV.4. a	L'onde circulaire droite se propage suivant L_1 dans le sens de B_1 créée par le fil conducteur parcouru par I_0 , elle se propage comme si le milieu avait l'indice n' son chemin optique est $\delta_1 = n' L$. Au contraire le trajet de l'onde circulaire gauche se fait dans le sens contraire de B_1 , le chemin optique $\delta_2 = n'' L$, l'onde se propage comme si le milieu avait l'indice n''	2
IV.4. b	La différence de marche entre les deux ondes est $\delta = \delta_1 - \delta_2 = L(n' - n'')$	1
IV.4. c	La différence de phase entre les deux ondes est $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} L(n' - n'')$	1
IV.4. d	Comme $n' - n''$ est proportionnel à B_1 , lui-même proportionnel à I_0 . La mesure du déphasage introduit par le courant d'intensité I_0 , permet d'en déduire directement la valeur de l'intensité.	1